Středoškolská odborná činnost

12 - Tvorba učebních pomůcek, didaktická technologie

Origami jako učební pomůcka při výuce geometrie

Radek Šmíd

Jihočeský kraj

V Českých Budějovicích 21. října 2018

Středoškolská odborná činnost

12 - Tvorba učebních pomůcek, didaktická technologie

Origami jako učební pomůcka při výuce geometrie

Autor:	Radek Šmíd
Škola:	Gymnázium Jírovcova 8, České Budějovice
Kraj:	Jihočeský kraj
Konzultant:	Mgr. Jaroslav Kala
Dokončení:	České Budějovice 2016

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v seznamu vloženém v práci SOČ.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Českých Budějovicích dne podpis

Díky patří všem lidem, kteří mě podporovali ve skládání, paní RNDr. Ing. Kalové Janě Ph.D. za pozitivní motivaci a panu Mgr. Kalovi za příkladné vedení práce.

Abstrakt

Práce má za úkol zjistit, zda je možné použít origami jako učební pomůcku při výuce geometrie v 7.-9. třídě nebo nižším stupni víceletého gymnázia. Pokud se prokáže, že myšlenka není slepá cesta, je cílem práce vyvinout prototyp učebního plánu na dané téma, který by mohl být použit v prostředí českého vzdělávacího systému.

Klíčová slova: *origami, geometrie, matematika, učební pomůcky, výuka, origametrie*

Obsah

1 Úvod **7**

1.1 Co je to vlastně origami? 7

1.1.1 Historie 7

1.1.2 Rozdělení origami 8

1.2 Základní pojmy a znalosti pro pochopení práce 9

1.2.1 Druhy skladů 9

1.2.2 Pojmy 9

1.3 Kdo jsem a můj vztah k origami 10

2 Uvedení do problematiky **11**

2.1 Vznesení hypotézy 11

3 Teorie výzkumu **12**

3.1 Seznam vhodného učiva 12

3.2 Předchozí výzkum 12

3.3 Proč je to důležité? 14

3.4 Pricipy výuky 15

3.4.1 SUE POPE 16

3.4.2 GREORGSON JOSEPH 20

3.4.3 GOLAN, Miri, JACKSON, Paul 23

4 Výsledky teorie výzkumu **25**

5 Výzkum **26**

5.1 Hodina podle Radka Šmída 26

5.2 Model 26

5.3 Návod na model 26

5.4 Příprava 28

5.5 Látka 28

5.6 Výuka 28

6 Výsledky výzkumu **31**

6.1 Zkušenosti z hodiny výuky 31

7 Závěr **34**

8 Seznam použitých informačních zdrojů **35**

9 Seznam příloh na přiloženém CD **36**

1 Úvod

1.1 Co je to vlastně origami?

Origami je staré japonské umění. Umění skládání papíru. Byl již vytvořen a zdokumentován nespočet origami modelů od modelů věcí, až po modely budov. Origami může být velice jednoduché, jako třeba skládanka pro děti, ale také velice složité (např. model Ryu Zin). Za origami můžeme považovat v podstatě všechno, co zahrnuje sklady. Dokonce se ani nemusí skládat papír, ale třeba kov nebo látka. Origami ve svém původním a „čistém“ slova smyslu má ale svoje pravidla. Nesmíme střihat, trhat ani lepit. Pro tvorbu nám stačí jediný čtverec libovolného papíru o libovolné velikosti, který formujeme pomocí skladů (více o skladech v kapitole 1.2.1).

> “To most, the real beauty of origami lies in its simplicity, allowing everyone to create their interpretation of the world in paper.”
>
> „Pro většinu tkví opravdová krása origami v jednoduchosti, která každému umožňuje vytvořit jejich vlastní verzi světa z papíru.“
>
> - *Vanessa Gould, režisérka,Between the folds [Between the folds] [dokumentární film]. Režie Vanessa GOULD. USA, PBS, 2008.*

1.1.1 Historie

Origami má bohatou historii. Počátky origami nalezneme v Japonsku někdy kolem roku 1000. Origami je často vnímáno jako striktně japonské umění, ale v dnešní době nalezneme po celém světě řadu umělců a matematiků, kteří se mu věnují. Slovo origami je sloučenina dvou japonských slov *ori* (skládat) a *kami* (papír). Origami bylo zprvu vnímáno jako zábava a zajímavý koníček. Existovalo a stále existuje mnoho tradičních vždy jednoduchých modelů. Všechno se ale začalo měnit s příchodem člověka jménem Akira Yoshizawa. Ten kolem roku 1900 odhalil, jakou sílu v sobě origami skrývá. Začal origami vyučovat a vymýšlet složitější i jednodušší modely. Experimentoval s různými technikami skladu. Jeho způsoby pomohly formovat origami do podoby, v jaké je známe nyní. Ukázal světu, jak hluboko může origami jít. Často je považován za tvz. „otce origami“.

V moderní době je origami rozšířeno po celém světě.

I když se může zdát, že origami je pouze esteticky potěšující, tak nám v historii již několikrát pomohlo vyřešit praktické i teoretické problémy. Z teoretických například trisekce úhlu[1], a z praktických například skládání plachet, padáků, a dokonce hrálo svou roli ve stavění rozkládající se vesmírné družice.

[1]Důkaz volně dostupný z URL:https://plus.maths.org/content/power-origami-0

1.1.2 Rozdělení origami

Origami dělíme podle několika způsobů. Pro stručnost jich uvedu pouze pár.

Podle způsobu práce

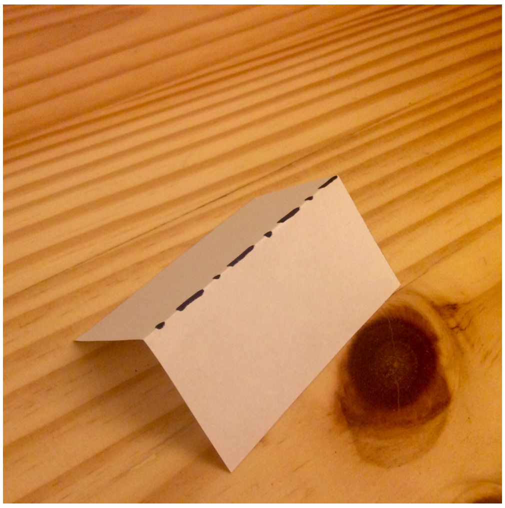
- Bez střihání a lepení – Valná většina origami, nutná podmínka pro tvz. „čistotu“ origami.
- Se střiháním a lepením – Většinou lehčí (až dětské) skládanky. Někteří tento směr vůbec neuznávají jako origami.
- Modulární origami – Nelepíme ani nestřiháme, ale hotový model (ve valné většině symetrický 3D model) vytvoříme z mnoha stejných dílů. Každý z dílů však získáme ze čtverce pouze sklady.
- „3D origami“ – Podobně jako modulární origami je 3D origami tvořeno z mnoha stejných dílů. V tomto případě je však dán jednotný dílek pro všechny modely. Hodnota hotového produktu pak není tvořena jedinečností dílku, ale jedinečností uspořádání dílků.
- Wet folding – Skládání z papíru s vysokou gramáží tak, že ho lehce navlhčíme a stáčíme do námi požadovaných tvarů.

Podle poměru stran

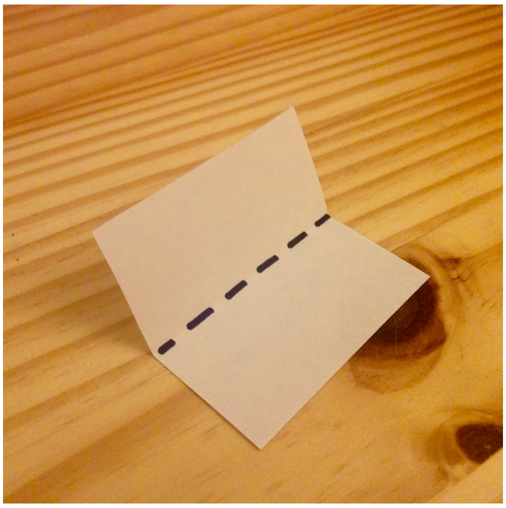
- Origami v původním slova smyslu je skládáno výhradně ze čtverce, ale čas od času lze narazit na modely tvořené z rozdílných pravidelných tvarů (například šestiúhelníku nebo dokonce kruhu.).

Podle „čistoty“

- Čisté origami – Origami skládané ze čtverce papíru, bez střihání a lepení (pouze sklady a ohyby všeho druhu)
- Nečisté origami – Jakékoliv origami nespadající do kategorie čisté origami.



(a) Sklad hora



(b) Sklad údolí

Obrázek 1: Sklady - Autor: Radek Šmíd

1.2 Základní pojmy a znalosti pro pochopení práce

Teď víme co je to origami a jak vznikalo. Pojďme si říci něco k pojmům, které budeme dále potřebovat.

1.2.1 Druhy skladů

Sklady se často skládají z jiných skladů. Skladů je mnoho druhů. Valná většina z nich se skládá z kombinací těchto dvou základních. Oba dva sklady jsou zde znázorněny na obrázku.

Sklad hora můžete vidět na obrázku 1a.

Sklad údolí naleznete na obrázku 1b.

1.2.2 Pojmy

- CP – Crease Pattern – Rozložený papír se sklady. Často se používá k návrhu nových modelů.
- Čárovec – Český název pro CP. (Použito v textu.)
- Diagram – Obrázkový návod (většinou vytvořen formou vektorových obrázků)
- Gsm/“gramáž papíru“ – Jeden z oblíbených způsobů jakým definujeme vlastnost papíru. Určuje kolik gramů váží m^2 daného paíru.
- Papír – Čtverec papíru, většinou z jedné strany barevný a z druhé bílý. Mnoho druhů, nejklasičtější však má kolem 60-70 gsm (g/m^2)

1.3 Kdo jsem a můj vztah k origami

Jmenuji se Radek Šmíd a jsem student Gymnázia Jírovcova v Českých Budějovicích. Origami je můj dlouholetý koníček. Skládání papíru se věnuji už více než 5 let. Ne však jenom jeho skládání pro svoji vlastní potřebu a uspokojení z dobře odvedené práce.

Jsem zkušený lektor origami s několikaletou praxí. Natáčím videa, která se zabývají tím, jak origami skládat. Ale hlavně jsem již vedl něco kolem 10 workshopů s různým zaměřením. Od nejjednodušších pro děti, až po rozsáhlejší 6 hodinový kurz pro dospělé. Mé origami workshopy také můžete nalézt na nejrůznějších festivalech a trzích. Roku 2012 jsem se účastnil celorepublikového srazu origamistů organizovaného ČOS.

Origami je, bylo a bude nedílnou součástí mého života. Zastávám metodu čistého origami.

2 Uvedení do problematiky

Chtěl bych pomocí této práce přinejmenším informovat a upozornit na možnost využití origami jako učební pomůcky geometrie. Zprvu jsem si myslel, že je tento nápad něco originálního. Čím víc jsem zkoumal zdroje, tím víc jsem však věděl, že se mýlím.

Origami se zdá býti na první pohled dokonalou učební pomůckou. Aplikuje teorii do reálného světa. Ukazuje, jak přemýšlet nad problematikou z rozdílných úhlů pohledů. A nejenom to. Dokonce všechno spojuje s motorikou. Origami a geometrie nejsou pouze propojeni nějakou analogií. Origami je doslova ztělesněním geometrie. Všechno vypadá téměř ideálně.

Navíc, pro mladší ročníky, může být také velikou výhodou to, že po výuce mají hotový model. To je rozhodně potěší a mohlo by je to tudíž i pozitivně motivovat k dalšímu studiu. Skládání se také liší od klasických výukových metod. Student to spíše bere jako zábavu, ne jako opravdové učení.

Zde však narážíme na první z mnoha problémů, které nám naší „ideální pomůcku" poněkud zkazí. Pokud není výuka správně zvládnuta, je pravděpodobné, že student bude origami brát jako úlevu od výuky. Nebude přístupný jinému typu učení, než na jaký je zvyklý.

Mám důvodné podezření se domnívat, že origami má pozitivní vliv na výuku geometrie. Mnoho dětí má problém s geometrií proto, že je velice abstraktní. Právě zde se domnívám, že origami pomůže s výukou. Geometrie v podání origami nejsou čáry na papíře, ale opravdové sklady. Plocha a povrch již nejsou vzorečky, ale papír v rukou studentů. Díky origami se čísla mění v papír.

Je důležité všechny způsoby vyzkoumat a důkladně zvážit jejich výhody a nevýhody. Tuto problematiku bych chtěl v této seminární práci rozpracovat.

2.1 Vznesení hypotézy

Origami jako učební pomůcka geometrie má smysl v českém vzdělávacím systému.

3 Teorie výzkumu

V této práci se pokusím nastínit několik alternativ, jak se pomocí origami odchýlit od klasického učebního plánu. Vytvořil jsem seznam učiva, které jde pomocí origami názorně ukázat. Některým z těchto nápadů se budu v této kapitole věnovat podrobněji podle toho, co všechno jsem byl schopen zjistit. V kapitole 5 (Výzkum) pak naleznete vypracovanou vzorovou hodinu. Tato vzorová hodina je volně k použití, pokud uvedete autora.

3.1 Seznam vhodného učiva

Zde je seznam základního učiva, které je podle mého názoru vhodné k vyučování pomocí origami. Většina učiva je vybrána z učebnic matematiky pro 6.-9. třídu nebo nižší stupeň víceletého gymnázia.

- Úvod do úhlů a jejich tvoření.
- Dělení úhlů
- Plocha
- Kružnice opsané a vepsané (vytváření středů pomocí skladů)
- Úhlopříčky
- Vzdálenosti a jejich dělení (redukční úhel)
- Souměrnost
- Objem

3.2 Předchozí výzkum

Předchozího výzkumu nebylo mnoho, ale přesto jsem narazil na experimenty, které stojí za to zmínit. Izraelská vláda ve spolupráci s Izraelskou origami společností se tomuto problému věnuje již několik let. Už roku 1992 byly položeny základy moderního programu, který dnes známe jako „Origametrie“.[2]

Program Origametrie byl vyvinut, protože měl studentům zvednout sebevědomí. Každý se cítí dobře, když zvládne složit hotový model, který si následně odnese domů. Program prošel mnoha změnami, například byl problém přeškolit stávající učitele matematiky na způsoby

[2] GOLAN, Miri, JACKSON, Paul. Origametria: A Program to Teach Geometry and to Develop Learning Skills Using the Art of Origami. Dostupné z URL:http://www.emotive.co.il/ORIGAMI/DB/PDF/996_GOLAN_ARTICLE.PDF

Origametrie. Dnes program již funguje bez problémů a každým rokem se rozšiřuje na více škol a vyškoluje se víc učitelů. Program se drží několika základních pravidel, které bych rád doslovně citoval. Tato pravidla jsou otestována několikaletou praxí učitelů.

Proto se domnívám, že by měla být dodržena přesně. Sám mohu užitečnost mnoha z těchto pravidel potvrdit ze své vlastní praxe.

1. "Nepoužíváme negativní pojmy během výuky. Například neříkáme: „Toto není správně“ místo toho studentovi ukážeme na svém modelu, jak jsme to mysleli. Nekritizujeme studentovo skládání.

2. Nikdy nekontrolujeme přesnost skladů, i když zdůrazníme, že přesnost je důležitá. „Přesnost“ je relativní pojem pro každého studenta. Proto, když se student zeptá, zda je jeho sklad dosti přesný, odpovíme mu další otázkou. Zeptáme se ho, zda si myslí, že je to ten nejpřesnější sklad, jakého je schopen. To podporuje studenta, aby reflektoval svou práci a zkoumal svůj model pečlivě. Tento přístup také zaručí, že student bude skládat nejlépe, jak umí a zabrání tak zklamání.

3. Nikdy se nedotýkáme modelů studentů. Raději jim ukážeme postup na vlastním modelu znovu a znovu. To podpoří vztah studenta k jeho modelu. Bude se cítit lépe, až ho dokončí. Bude vědět, že je to pouze jeho práce.

4. Výběr modelů – Pečlivě vybíráme modely tak, aby byl student schopný lehce následovat lektorův příklad.

5. Studenti jsou kladně podporováni. Za jejich práci po dokončení modelu lze například společně říci japonskou frázi „Ichiban sugoi!“ (Dobrá práce/Toto je skvělé)

6. Během skládání je identita hotového modelu neznámá. Studenti se pak lépe soustředí na skládání místo polemizování, že „tohle začíná vypadat jako noha“. Také to rozvíjí představivost, když se student snaží identitu odhalit během procesu skládání. Lekce pak končí pokaždé jiným překvapením."

   - GOLAN, Miri, JACKSON, Paul. Origametria: A Program to Teach Geometry and to Develop Learning Skills Using the Art of Origami. Dostupné z URL:`http://www.emotive.co.il/ORIGAMI/DB/PDF/996_GOLAN_ARTICLE.PDF`

V oblasti bylo provedeno i množství dalších výzkumů. Na mnohé z nich navážu, až budu podrobně popisovat způsoby učení. Důvod, proč je zde neuvádím, je ten, že jsou většinou neprůkazné. Mnozí prováděli různé testy před a po výuce origami, popřípadě paralelně s třídou, která byla učena geometrii normálním způsobem. Všechny tyto výzkumy však byly schopny ve svém závěru uvést maximálně to, že origami možná má pozitivní vliv na výuku geometrie. Jako jeden příklad za všechny bych uvedl třeba výzkum profesora Normana Boakese Ed. D.[3] Všichni byli schopni potvrdit, že studenti, kteří se učí geometrii pomocí origami, mají srovnatelné výsledky se studenty, kteří se učí origami normálně. Nic navíc. Žádná prokazatelná přidaná hodnota.

Já však tvrdím, že přidaná hodnota nemusí být ve znalostech. Ano, je dost možné, že origami má pozitivní vliv na studenty. Můžeme spekulovat o tom, že rozvíjí tohle a tamto a můžeme to dělat hodiny a hodiny a pořád ta debata nikam nepovede. Všechny důkazy, které vám mohu předložit, se dají zpochybnit. Tuto myšlenku lze také dobře napadnout. Jak můžeme vědět, že origami nemá nějaké zásadní nedostatky, které nemůžeme očekávat?

Právě proto jsem vám uvedl o pár odstavců výše izraelský program Origametrie. Studenti se takto učí. Nebyly zjištěny žádné negativní efekty.

Přidanou hodnotu origami bych hledal někde jinde, než ve znalostech. Hledal bych ji ve způsobu učení a přístupu k žákovi. I kdyby origami nakonec mělo úplně stejný výsledek jako normální výuka, stejně má smysl. Má smysl proto, že žák si výuku mnohem více užije. Naučí se zkoumat. Možná si dokonce vytvoří pozitivní vztah k učení. A tak stojí za to věnovat alespoň pár hodin učení origami.

3.3 Proč je to důležité?

Algebra je jistě nedílnou součástí matematiky. Jak bychom mohli říci, že umíme matematiku, kdybychom neuměli alespoň základní operace s čísly. Jak bychom na tom ale byli, kdyby nás nenaučili geometrii? Na odpověď na tuto otázku bohužel narazila jedna učitelka matematiky ve Spojených státech amerických.[4] Její studenti byli skvěle vycvičení na počítání z hlavy. Obecně byli velice zdatní v řešení algebraických úloh. Jejich znalost geometrie a schopnost pracovat s geometrickými objekty byla však značně omezena.

Při testování se přišlo na to, že studenti 6. a 7. ročníku byli schopni bez sebemenší námahy zjistit všechna čísla, jejichž součin je 24. Když však měli nakreslit tvar se stejným obsahem jako zadaný obdélník, prožívali těžké chvilky.

[3]Více v NORMA, Boakes. (2009). Origami instruction in the middle school mathematics classroom: Its impact on spatial visualization and geometry knowledge of students. Research in Middle Level Education Online, (1-12) 17.9.2009 Dostupné z URL:`http://nmsa.org/Publications/RMLEOnline/Articles/Vol32No7/tabid/1887/Default.aspx`

[4]Více v Yau, Lai-chu, Irene. The impact of origami workshops on students' learning of geometry, 2005, The university of Hong Kong, 28.4.2015 Dostupné z URL: `http://hub.hku.hk/handle/10722/41214`

3.4 Pricipy výuky

V této kapitole se budeme zabývat jednotlivými přístupy k výuce geometrie pomocí origami. Již jsme si uvedli, jaký způsob používají v Izraeli. Tam ale výuka funguje mnoho let. Můžeme si z jejich příkladu jistě odnést mnoho cenného, ale pro praxi v našich podmínkách jsem našel lepší příklady.

V následujících pár kapitolách shrnu všechny způsoby, pokusy, lekce, vzorové hodiny a podobné výukové materiály, které mi přišly zajímavé. Většina je ze zemí blíže naší kultuře a našemu vzdělávacímu systému (Británie, Německo, Amerika . . .). V těchto oddílech budu nepřímo citovat nebo parafrázovat ze zdrojů, které jsou nadepsány na začátku příslušné kapitoly.

3.4.1 SUE POPE

Výuková hodina popsána podle: POPE, Sue. St. Martin's College, Lancaster. THE USE OF ORIGAMI IN THE TEACHING OF GEOMETRY. Dostupné z URL: `http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip22-3/BSRLM-IP-22-3-12.pdf`

3.4.1.1 Lekce pro 6. ročník

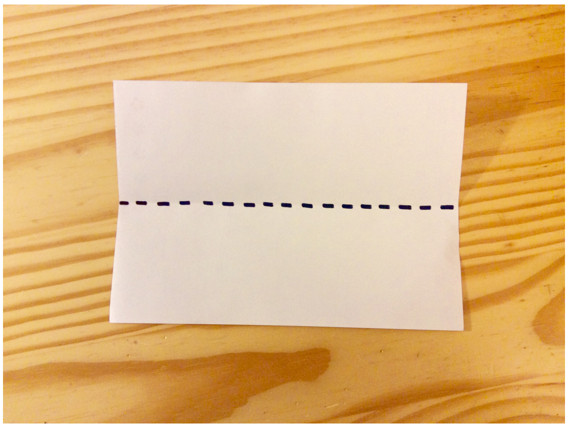
Studenti dostali papír o velikosti A4. A4 proto, že je běžně dostupný a pro podmínky vybraného modelu vhodný. Dostali za úkol ho přeložit v půli tak, aby jejich půlící čára byla rovnoběžná s dlouhou stranou obdélníku (obrázek 2a). Poté měli přeložit jeden z rohů kratší strany k právě vytvořené čáře tak aby vzniklý sklad protínal přilehlý roh (obrázek 2b).

Dostali za úkol zkoumat vzniklý čtyřúhelník. Studenty vytvořené úhly byly přesně 60°a 120°. Pokud by vás zajímalo proč, tak doporučuji stručný článek od Iana Harrisona z Britské origami společnosti (HARRISON, Ian. Folding angles of 30 and 60 degrees. Dostupný z URL: `http://www.britishorigami.info/academic/3060.php`). Lze rozvést diskuzi na téma úhly. Poté, co byl vzniklý čtyřúhelník dostatečně probrán a prozkoumán, posuneme se k dalšímu kroku.

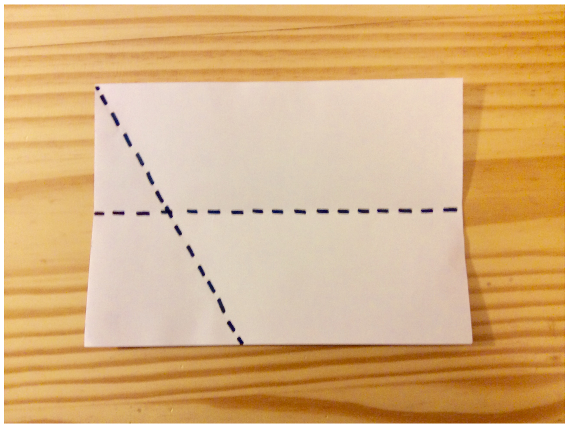
Studenti vytvoří pomocí dalších skladů z papíru rovnostranný trojúhelník. Využíváme toho, že studenti už ví, jak vytvořit úhel 60°a námi vytvořený útvar. Poté si můžeme povídat o rovnostranném trojúhelníku a jeho vlastnostech.

Trojúhelník složíme podle následujících obrázků. Nejdříve přehneme jeho poslední stranu tak, že přiložíme dolní stranu k právě vzniklému skladu (obrázek 2c). Pak složíme malý trojúhelník dovnitř (obrázek 2d). Máme tak hotový rovnostranný trojúhelník (obrázek 2e).

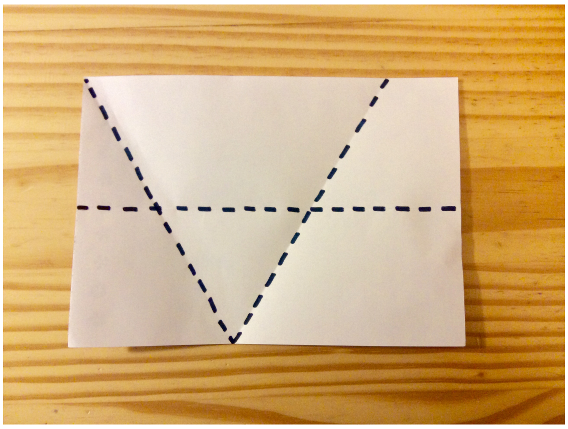
Když už budeme u trojúhelníku a jeho vlastností, zamyslíme se nad jeho obsahem. Obsah v našem případě reprezentuje barva, kterou mohou studenti svůj výtvor vybarvit. Dále je instruujeme, aby z našeho trojúhelníku vytvořili rovnostranný trojúhelník, ale o dvakrát menší straně. Po pár jednoduchých překladech můžeme model znova vybarvit. Kolik barvy jsme potřebovali teď? Když se nám dvakrát zmenšila hrana, o kolik se zmenšil obsah?



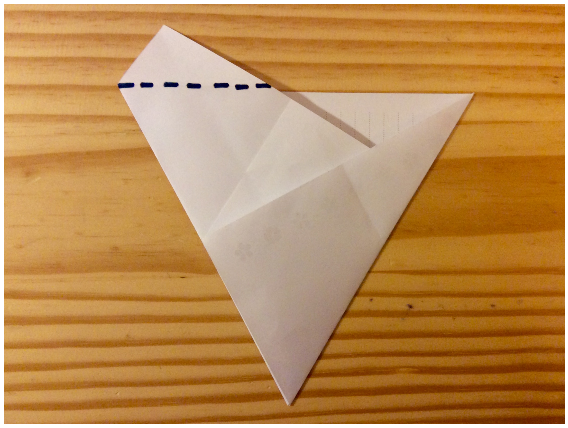
(a) Přeložení v půli



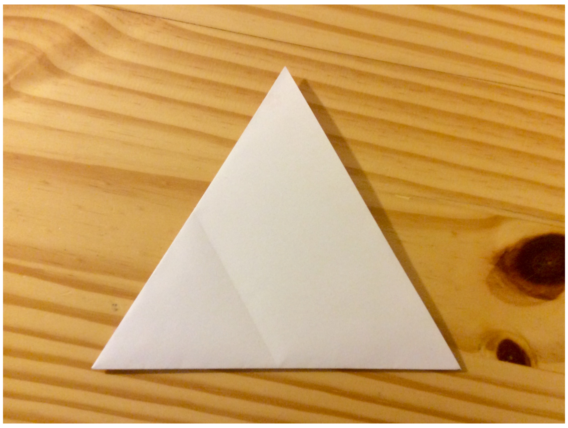
(b) Vytvoření úhlu 60°



(c) Obrys rovnostranného trojúhelníku



(d) Složení zbytku



(e) Rovnostranný trojúhelník

Obrázek 2: Skládání rovnostranného trojúhelníku. - Autor: Radek Šmíd

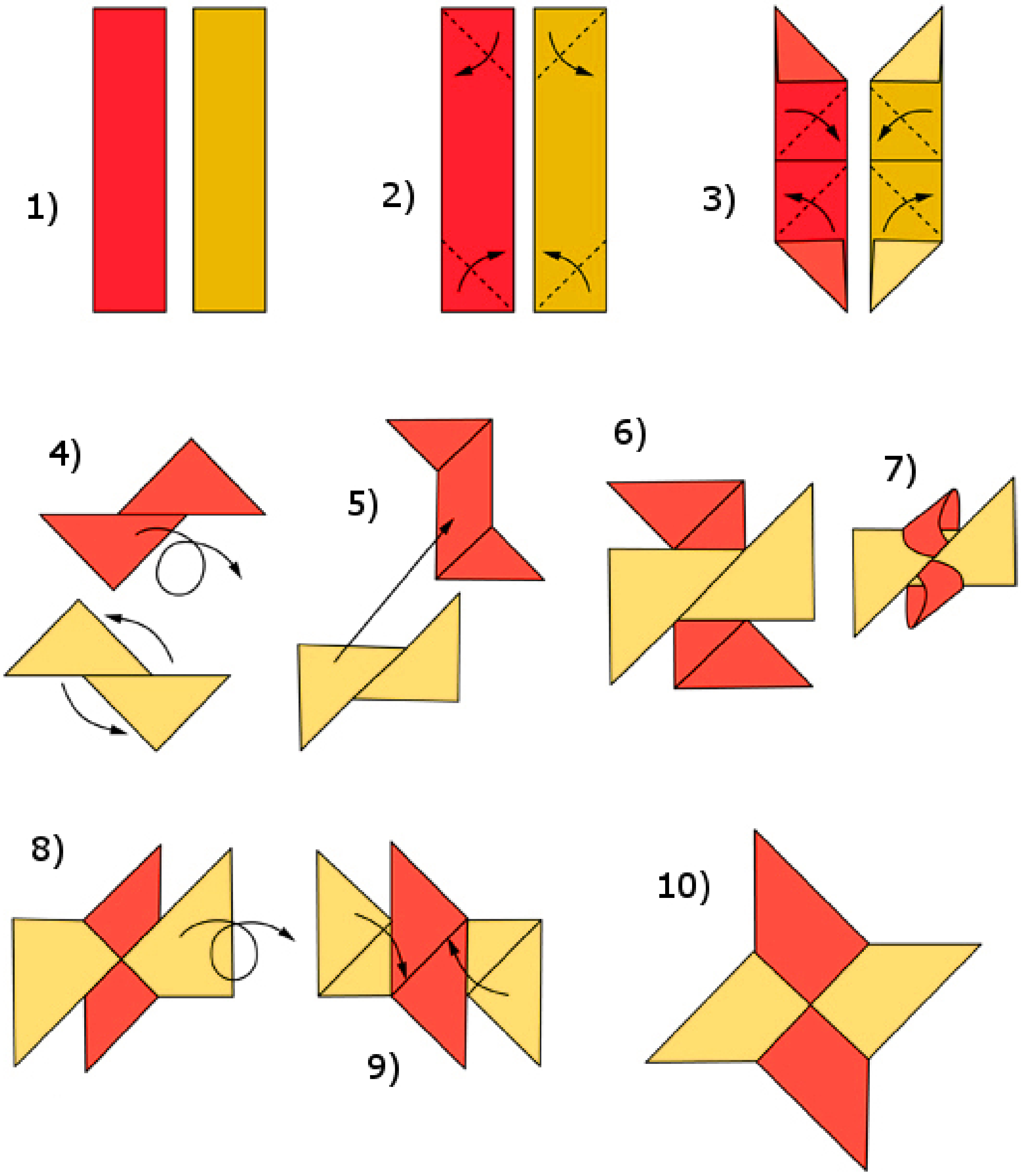
3.4.1.2 Lekce pro 7. ročník

Studenti dostali jednoduchý model. Nečisté modulární origami (z více papírů, ale jednotka není stejná), čtyřcípá hvězda.Volně přístupný návod je ukázán na obrázku 3. Studenti se rozdělí do skupinek asi po třech. Každá skupinka dostala dva modely. Jsou instruováni, že jeden mají rozebrat a druhý nechat v celku. Mají pak za úkol sklady napodobit a složit hotový model.

Poté, co studenti zdárně dokončí úkol, dostanou plakát a mají za úkol pro své kamarády z paralelního ročníku (popřípadě třídě, která přijde rok po nich) připravit obrázkový návod jak model složit. Toto cvičení nutí studenty cíleně uvažovat nad čárovcem. (Vysvětlení pojmu v kapitole 1.2.2)

Po dokončení cvičení lze rozvinout debatu o symetrii. Studenti si sami vyzkoušeli, jak se symetrie chová v praxi. Hvězda je totiž složena z dvou symetrických jednotek. Bez tohoto pochopení by nebylo možné hvězdu dokončit. Také se naučíme základy dělení úhlů. Při skládání budeme dělit pravý úhel na 2x45°. Dále se můžeme bavit o sčítání úhlů. Přestože při skládání požíváme pouze úhel pravý a jeho polovinu, v hotovém modelu můžeme mezi vrcholy hvězdy najít úhel 135°(což je 90°+45°).

Dále můžeme studentům ukázat plakátky vytvořené jinou třídou a nechat je, ať se pokusí skládat podle nich. Studenti by měli mít možnost plakáty opravit podle vlastní zkušenosti ze skládání. To učí studenty, že vyjádřit se můžeme nejenom pomocí slov. Mnohdy je to velice obtížné, speciálně v češtině. Proto jsou studenti nuceni vypracovat obrazové řešení. Tak se naučí zaznamenávat abstrakci geometrie pomocí symbolů na papír. Vytvoří se tak silné spojení mezi realitou a abstrakcí na tabuli nebo v sešitě.



Obrázek 3: *Origami Shuriken, Obrázek dostupný z URL:* `http://origami-art.us/images/origami/modular/shuriken/Shuriken_sh2.jpg`

3.4.2 GREORGSON JOSEPH

Výuková hodina popsána podle: GREORGSON, Joseph. Fold in Origami and unfold Math. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 2011, `www.nctm.org`.

Joseph Greorgson se ve svém článku snaží nejenom uvést příklad lekce, ale také namotivovat případné zájemce. Rozebírá výhody a problémy vyučování pomocí origami. Nevyučuje pomocí origami pouze geometrii. Snaží se origami použít jako pomůcku pro výuku matematiky. Klade důraz na to, že když se origami správně nevyužije, tak zůstane pouze roztomilou hračkou a volnočasovou aktivitou. Na svých studentech ale krásně ukazuje, jak jde využít studentův zájem o něco nového. Tento zájem přemění v silnou motivaci pro práci. Ukazuje důmyslné způsoby, jak ukázat i abstraktní věci, jako jsou například limity na něčem pevném a reálném. Na papíru.

Lekce, kterou zde popíši, byla tvořena pro druhý stupeň základní školy. Je složitější a hodí se pro žáky, kteří už mají s origami zkušenost.

„Studenti skládají rozličné vzrušující sklady, aby prozkoumali, jak změny v jedné dimenzi ovlivňují měření v druhé.“ – Joseph Greorgson (ze stejné publikace)

3.4.2.1 Lekce podle Josepha Greorgsna

Tato lekce také využívá modulárního origami. Používá se zde šest jednotek složených ze čtverce. Tyto jednotky nám dohromady vyrobí krychli, která je základem celé lekce.

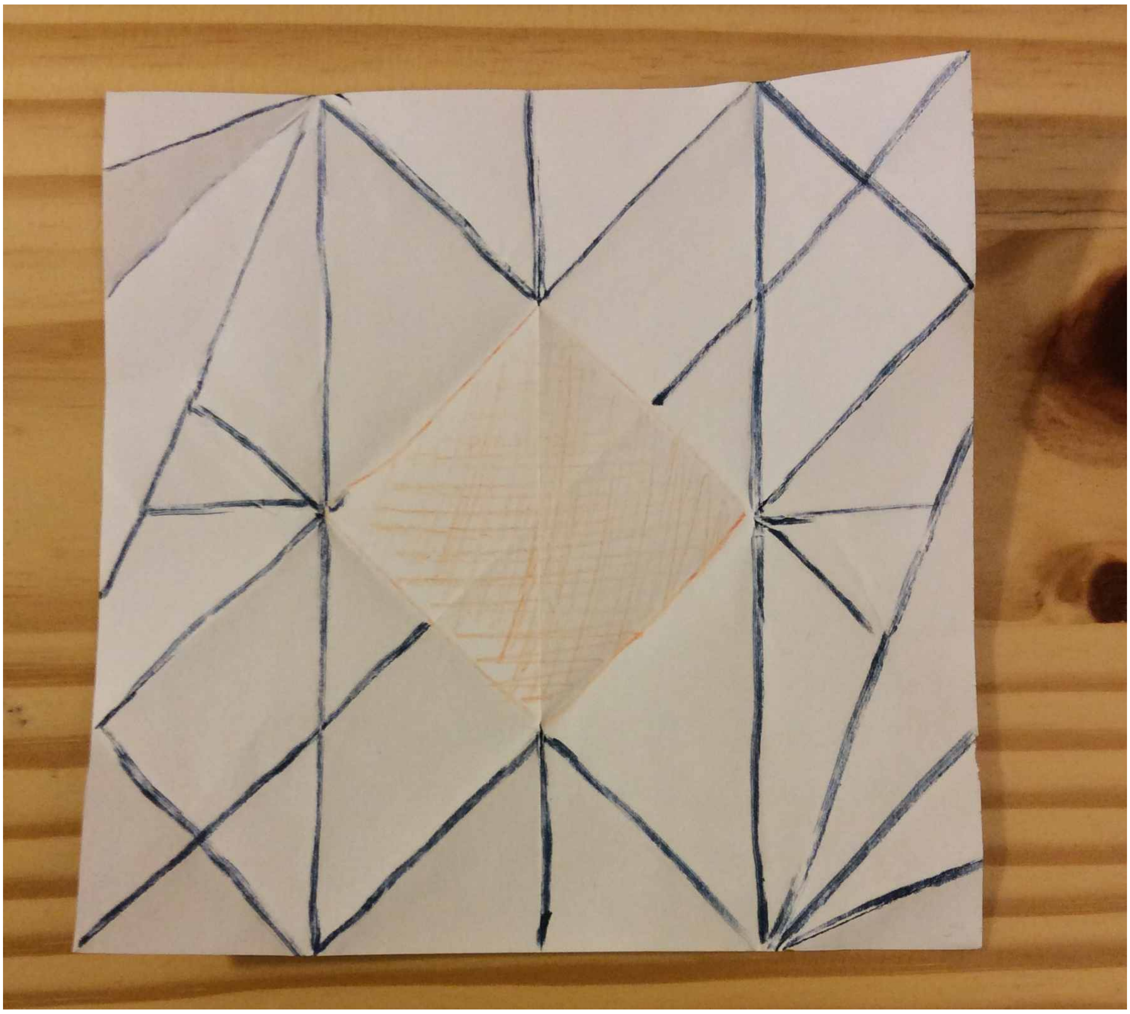
Kompletní diagram ke složení krychle naleznete v odkázaném zdroji. Alternativně je volně přístupný na serveru wikihow z URL:

`http://www.wikihow.com/Make-an-Origami-Cube-with-6-Squares`

Jakmile mají studenti svou krychli hotovou, vzneseme otázky, abychom jejich uvažování postrčili správným směrem.

- Co kdyby se změnila velikost papíru, ze kterého jsme skládali jednotku?
- Je objem funkcí velikosti papíru? (Jaký je mezi těmito dvěma hodnotami asi vztah?)
- Kdybych dvakrát zvětšil originální papír, zdvojnásobil by se objem?
- Kdybychom použili dvakrát menší papír, jaký by byl objem krychle?
- Jak by se v předchozích případech chovala plocha stěny krychle?
- Jak by se v přechozích případech chovala délka strany krychle?

Dále popisuje velice sympatickou metodu pro praktické určení objemu. Děti rozdělíme do skupin a každé skupině rozdáme fazole nebo nějakou luštěninu podobného rázu. Každá



Obrázek 4: Čárovec rozložené jednotky

skupina studentů bude skládat krychli o jiné velikosti. Poté co krychli složí, nasypou do ní přidělenou luštěninu až po okraj. Společně pak spočítají, kolik fazolí se do jejich krychle vešlo. Na tabuli připravíme pro žáky veliký a přesný graf našeho měření. V grafu bude na jedné ose počet fazolí a na druhé délka původního papíru. Naměřené hodnoty zaneseme do grafu a načrtneme funkci. Nyní žákům prozradíme vzorec. Naše měření můžeme matematicky ověřit, nebo si třeba dopočítat jaký má asi objem jedna fazole.

Dále rozložíme jednu jednotku krychle a budeme zkoumat její čárovec (viz obrázek 4). K němu zase máme několik otázek.

- Jsou tyto čáry symetrické? Jak?
- Nalezneme zde mnoho mnohoúhelníků. Kolik jich naleznete?
- Některé z nich jsou čtverce. Kolik jich naleznete?
- Jaké úhly asi svírají tyto sklady?
- V těchto skladech je ukryta strana krychle, kterou jsme rozložili. Najdete ji?

Po debatě studenti jistě zjistí, která část čárovce představuje stranu. Známe hranu původního čtverce. Dokážeme spočítat stranu výsledné krychle (stranu vybarveného čtverce schovaného v čárovci na obrázku 4) ?

Studenti jistě najdou mnoho zajímavých způsobů jak dojít k výsledku. Každý způsob řešení je správný (kromě přeměřování pravítkem). Nyní, když máme stranu čtverce (délku hrany krychle), můžeme si spočítat plochu jedné strany krychle (obsah čtverce).

Způsob, který se mi zdá nejzajímavější, protože pracuje s čárovcem, je rozdělit papír do mřížky 4x4 čtverců. Pak lze použít Pythagorovu větu nebo můžeme rovnou vypočítat obsah. Námi označený čtverec má totiž dvakrát větší obsah než jeden z naší mřížky (viz červeně vyznačená část na obrázku 4).

Poslední rozebrané učivo je už poněkud složitější. Zabývá se využití Sierpińského kobererce k přiblížení limit. Je to jistě zajímavá problematika, ale mým cílem je rozvést způsoby využití ve 7.-9. třídě základní školy nebo nižším stupni víceletého gymnázia. Proto zde nebudu Sierpińského koberec detailně rozebírat.

Stručně jde o to, že rozdělíme každou hranu na mřížku 3x3 a prostřední devítinu vynecháme. Tento proces pak opakujeme s každou devítinou, kterou jsme nevynechali. Existuje modulární origami, pomocí kterého se dá složit Sierpińského kobererec, ale jako krychle. Pak se dá diskutovat o tom, jakou funkcí ubývá obsah reálného objektu, pokud proces opakujeme. Obsah modelu se totiž limitně blíží nule čím přesněji skládáme. Více naleznete v původní publikaci, jejíž odkaz je uveden výše.

3.4.3 GOLAN, Miri, JACKSON, Paul

Výuková hodina popsána podle: - GOLAN, Miri, JACKSON, Paul. Origametria: A Program to Teach Geometry and to Develop Learning Skills Using the Art of Origami. Dostupné z URL:`http://www.origami.co.il/imgs/site/ntext/996_Golan.pdf`

Následuje příklad výukové hodiny z Izraelského programu Origametrie. Otázky se vztahují k modelu, který nalezneme na obrázku číslo 5

3.4.3.1 Hlavní téma: Mnohoúhelníky

3.4.3.2 Téma hodiny:

1. a 2. třída – Rozpoznejme mnohoúhelníky tím, že spočítáme jejich vrcholy.

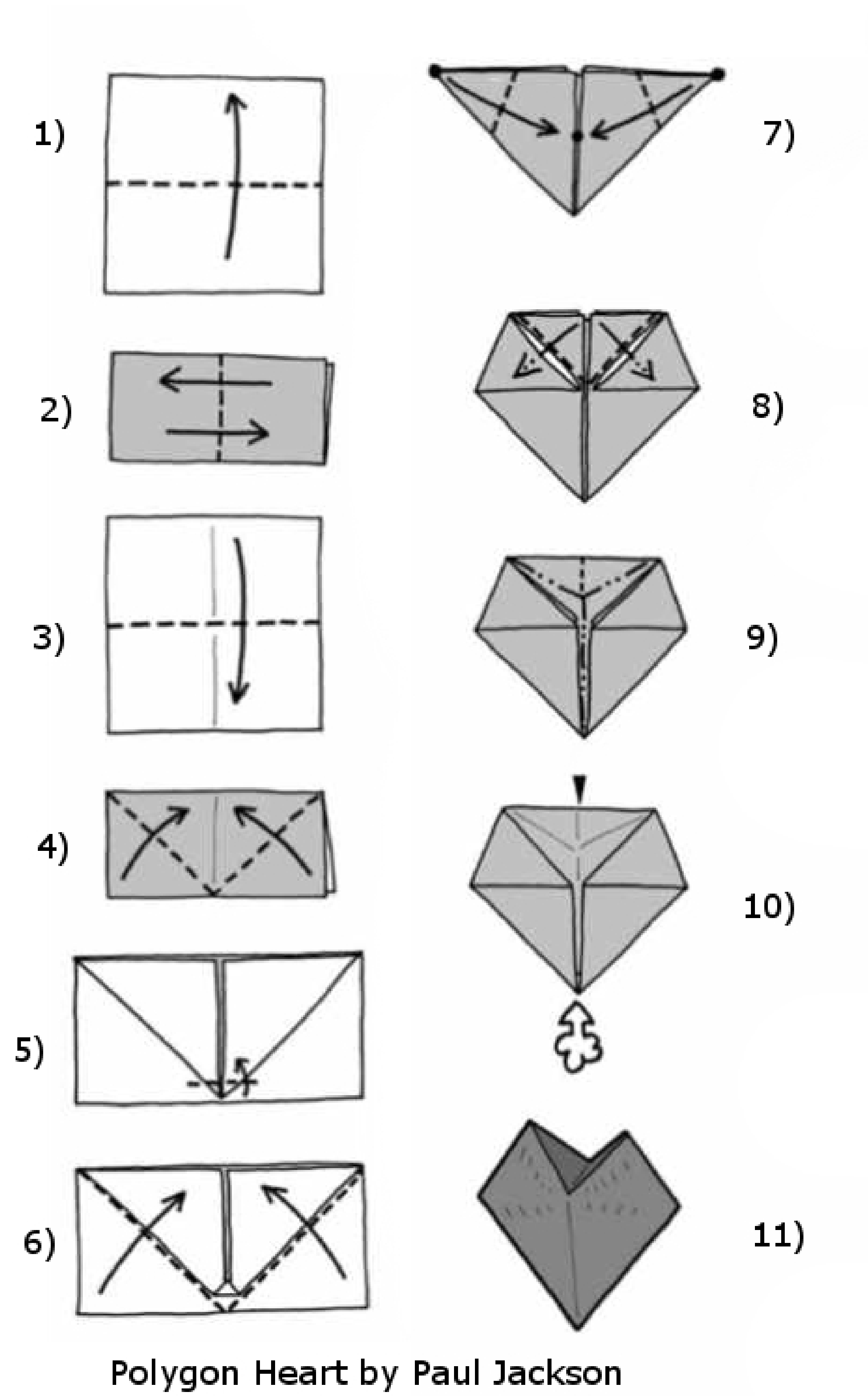
2. až 6. třída – Rozpoznejte a popište mnohoúhelníky, které jsme nalezli během skládání.

3.4.3.3 Cíl hodiny:

Vyvinout abstraktní myšlení a schopnost rozpoznat a popsat všechny důležité mnohoúhelníky. Naučit žáky definici mnohoúhelníku a čtverce.

3.4.3.4 Příklady otázek na studenty:

- Krok 3: Kolik čtverců nalezneme na papíru?
- Kroky 4, 6 a 7: Kolik trojúhelníků nalezneme na papíru? Jsou trojúhelníky také mnohoúhelníky?
- Krok 9: Jaký je zde největší mnohoúhelník?
- Krok 11: Když srdce nafoukneme, jaký vytvoříme největší mnohoúhelník?



Obrázek 5: *Model Polygon Heart od Paul Jackson, Diagram společně s článkem o origametrii nalezneme na oficiálních stránkách Origametrie na URL:* `http://www.origami.co.il/imgs/site/ntext/996_Golan.pdf`

4 Výsledky teorie výzkumu

Po prozkoumání teorie předchozího výzkumu jsem se rozhodl sepsat si důležité body, kterých bych se měl držet, až budu v další kapitole tvořit vlastní lekci origami – geometrie. Z praxe expertů z oboru a jejich výzkumů jsem se naučil následující:

- Musím si dávat pozor na to, aby se z origami nestala pouze zábavná a oddychová hodina.
- Je důležité nechat studenty přemýšlet nad tím, co tvoří.
- Diskuze k modelu, který vytvoříme, je základ propojení abstraktní matematiky a reálného papíru v ruce.
- Opravdu pečlivě volit modely.

5 Výzkum

5.1 Hodina podle Radka Šmída

Tato připravená hodina reprezentuje můj způsob pochopení vyučování geometrie pomocí origami. Vypracoval jsem ji tak, aby byla co nejlépe pochopitelná pro vyučujícího, který se ji chystá využít. Je to hodina připravená pro 2. ročník 2. stupně základní školy (nebo Sekundu na gymnáziu). Doporučuji tuto hodinu jako způsob ověření a rozšíření znalosti studentů probírané látky (viz kapitola 5.5).

5.2 Model

Hned v první fázi jsem narazil na problém. Bylo obtížné vybrat vhodný model. Po usilovném přemýšlení a zvažování jsem konečně vybral model žáby. Přesněji řečeno skákací žáby. Proč zrovna skákací žába?

To první je zřejmé. Skáče. Jsem si zcela jistý, že se studentům bude líbit, když jejich hotový model bude dělat ještě něco dalšího, než vypadat hezky. V origami se takovým modelům říká modely akční. Ze svojí zkušenosti mohu potvrdit, že akční modely mají u studentů (speciálně u mladších) velikou popularitu.

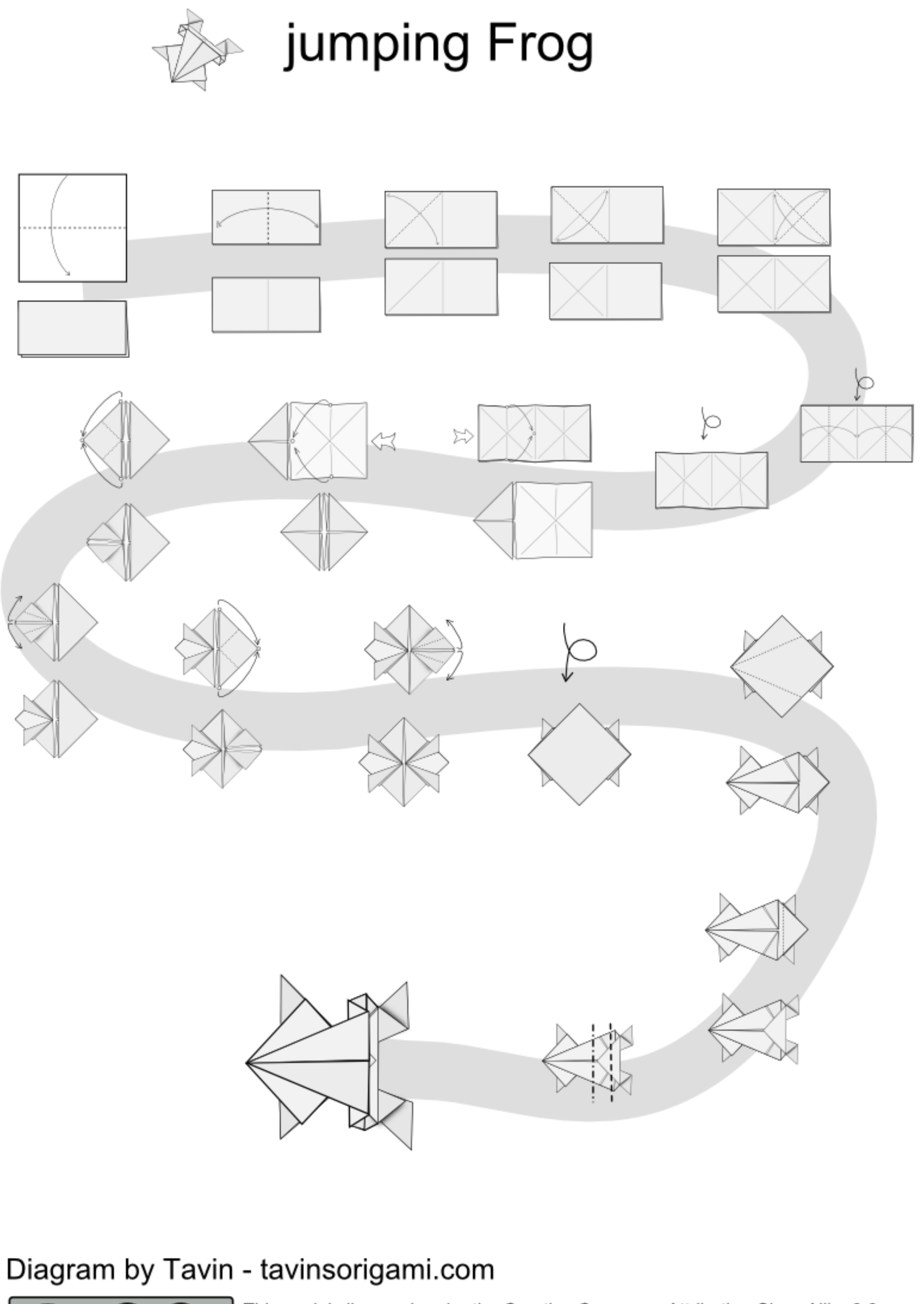
Za druhé, její obtížnost. Žába je vcelku jednoduchý model, který jde složit se skupinou lidí podle mého odhadu za asi 10 minut. To je pro nás ideální délka. Za předpokladu, že budeme model několikrát rozkládat a ukazovat si na něm geometrii, by nám měl celkový čas výuky vyjít do 30 minut.

Za třetí, její čárovec. Jak se dozvíte v následující části, čárovec hraje důležitou roli pro učivo, které budu vykládat.

Za čtvrté, je to tradiční model. Mohl by být problém, kdybych používal ve výsledku svojí práce model, na který někdo vlastní autorská práva. Proto jsem se rozhodl, že jednoduchá žába bude ideální. Žába je model tradiční. To znamená, že má neznámého autora. Zachovala se jako součást tradice, podobně jako třeba jeřáb nebo husa.

5.3 Návod na model

Vyučující se musí model naučit nazpaměť dříve, než se pustí do dalších kroků. Návod na model naleznete v příloze pod jménem "zaba-navod.mp4". Popřípadě na mém kanále na serveru youtube na adrese `https://youtu.be/FRUXL8dK8Js` Je to jedno z videí, které jsem natočil a nahrál na internet za účelem rozšíření origami jako koníčka v ČR. Pokud preferujete diagram, pak je k dispozici na dlaší straně na obrázku 6.



Obrázek 6: *Model skákající žáby. Tradiční. Diagram od Tavin, Volně dostupný z URL:*`http://tavinsorigami.com/wp-content/uploads/2014/08/frog-bitmap.png`

5.4 Příprava

Na provedení této hodiny budete potřebovat jeden čtverec papíru pro každého žáka a pro sebe. Doporučuji vzít nějaké navíc. Čtverce origami papírů jsou výhodou, ale ne nutností. Stejně tak je ukazovaný model lépe vidět, když se skládá z papíru, který je z jedné strany barevný. Nic z toho však není podmínkou. Nůžky ani lepidlo nebudou potřeba.

5.5 Látka

V této hodině se budeme zabývat:

- Osovou symetrií
- Středovou symetrií
- Obsahem
- Pythagorovou větou
- Dělením úhlů

5.6 Výuka

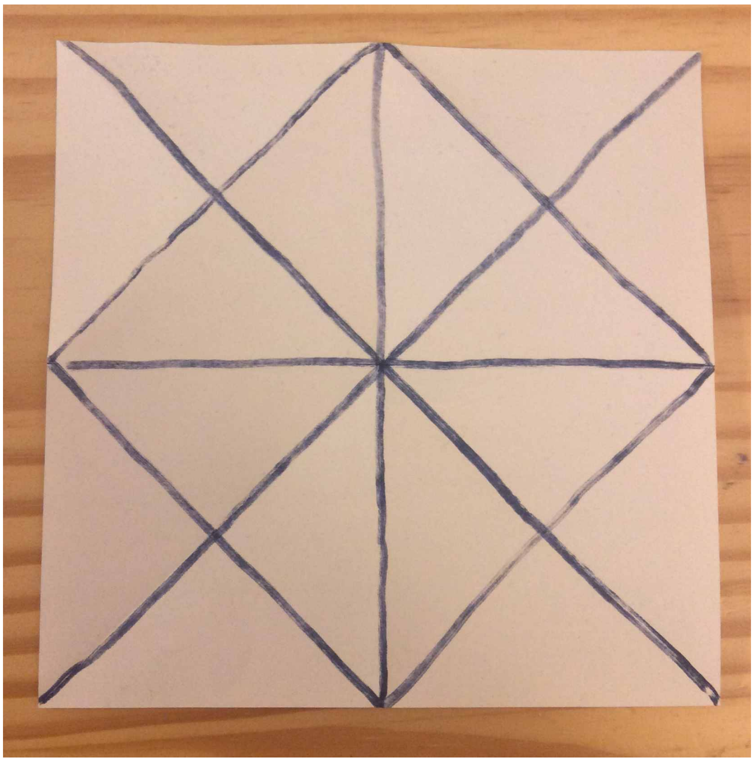
Na začátku výuky rozdáme studentům čtverce papíru. Každému jeden. Pak studentům vysvětlíme, co po nich budeme požadovat, a pustíme se do práce. Instruujeme studenty jak skládat papír. Ukazujeme na vlastním papíru, nesaháme studentům na model. Skládáme, dokud se nedostaneme ke kroku, který je ve videu na čase 1:30. Tam se zastavíme, model rozložíme a začneme společně zkoumat čárovec. Měl by vypadat takto (Obrázek 7).

K čárovci pokládáme mířené otázky:

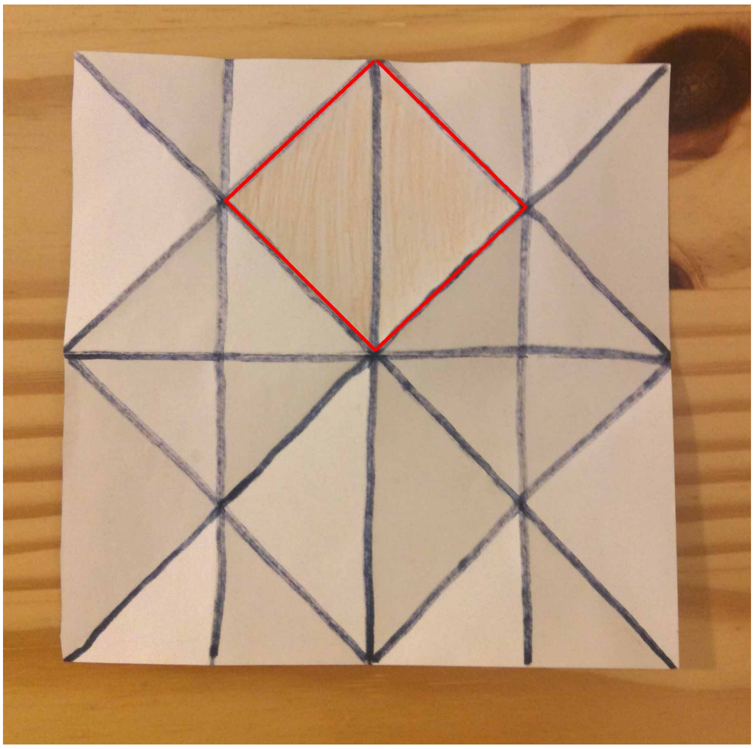
- Kolik zde nalezneme čtverců
- Je tento útvar symetrický? Pokud ano, jak?

Poté model složíme zpátky a uděláme ještě jeden krok. Zastavíme se na čase 2:53. Čtverec, který nám vznikne, můžeme vybarvit (na straně bez skladů). Model znovu (teď už naposledy) rozložíme a budeme zkoumat čárovec.

Pokud jsme vše udělali dobře, tak vypadá jako obrázek 8.



Obrázek 7



Obrázek 8: Čárovec - Autor: Radek Šmíd

Zeptáme se studentů na pár dalších věcí.

- Jak je útvar teď symetrický?
- Má stejný počet symetrií jako předtím? Jaké se zachovaly, jaké zmizely?
- Jaký má vybarvený čtverec asi obsah. Odhadněte, kolik vybarvených čtverců se vejde do celého papíru.
- Dokážete jeho obsah spočítat, když je zadán obsah celého čtverce?
- Dokážete jeho obsah vyjádřit pomocí neznámé a (strana čtverce)?

Studenti jistě vymyslí zajímavé způsoby, jak odpovědět na předchozí otázky. Dejte prostor všem, aby sdíleli svoje nápady. Obsah barevného čtverce je možno ukázat názorně. Kolikrát se vybarvený čtverec vejde do celého čtverce? Ta otázka přímo vybízí k tomu to vyzkoušet. Můžeme z papíru vedle vystřihnout barevný čtverec a ten se pokusit poskládat do modelu. To bohužel nepůjde bez zbytků. Proto můžeme barevný čtverec rozstřihnout po diagonále. Pak se vše skládá krásně do sebe. Vyjadřování obsahu pomocí strany původního čtverce je využívání Pythagorovy věty v praxi.

Model složíme zpět a skládáme dál.

Poté co složíme „nožičky" se zastavíme v čase 3:31. Zeptáme se studentů, jaký si myslí, že je úhel skladu, který jsme právě vytvořili. Názorně předvedeme dělení úhlů, na další, ještě nesložené „nožičce". Pravý úhel přehneme na půl. Rozdělíme ho na dva úhly 45°. Ten pak přehneme ještě jednou.

$$\frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

Pokud je vše jasné, pokračujeme ve skládání až do dokončení modelu.

Hotový model necháme studentům. Na konci je místo pro závěrečnou diskuzi, otázky a zpětnou vazbu. Předpokládaná doba výukové hodiny: 30 min.

6 Výsledky výzkumu

Díky ochotě paní Jarmily Ichové z Gymnázia Jírovcova jsem si mohl svoji výukovou hodinu vyzkoušet. Rád bych upozornil, že jsem tento experiment neprováděl za účelem něco dokázat. Z toho, co jste si přečetli výše, jistě chápete, že průkazně dokázat pozitivní vliv origami na studenty se mi zdá jako téměř nemožný úkol. Mým cílem bylo si vyzkoušet, jestli všechny ty výše vznesené domněnky mohly fungovat. Když má člověk v ruce pouze výzkum ostatních badatelů a svoje vlastní domněnky, tak pak jeho rady do praxe nemají příliš velikou váhu. Právě proto jsem se rozhodl ke svým workshopům odučit i tuto hodinu.

6.1 Zkušenosti z hodiny výuky

Výuková hodina proběhla dne 27. 4. 2015 v Českých Budějovicích. Vyučoval jsem na Gymnáziu Jírovcova třídu 2. E (sekunda). Vyučovací doba byla 45 minut.

Myslím si, že tato zkušenost mi toho hodně dala. Hodinu jsem si dlouho připravoval a přemýšlel jsem nad ní. I přesto jsem byl překvapen. Většina mých předpokladů ohledně výukové hodiny byla mylná. Zde vám popíši, jak hodina probíhala a v čem jsem se zmýlil při její přípravě.

Studenti netradiční formu výuky přijali lépe, než jsem čekal. Mojí velikou obavou bylo, že origami nepřijmou jako legitimní formu výuky. To nebyla ani trošku pravda. Studenti se téměř okamžitě smířili s formou a snažili se v ní excelovat. S kázní také nebyly žádné problémy. I když jsem očekával, že studenti budou buď příliš nadšení, nebo příliš pasivní, přijali origami jako plnohodnotnou výuku.

Model jsem zvolil na hranici obtížnosti. Neřekl bych, že model byl příliš těžký. Ani bych ale neřekl, že model byl příliš lehký. Lehčí model by ale neuškodil. To bylo ale také ovlivněno tím, že studenti se s origami setkali v podstatě poprvé. Se skládáním modelu hned souvisí několik dalších věcí.

Problém byl ve velikosti třídy. Vše by se předvádělo značně jednodušeji, kdyby byla zvolena menší místnost. Žáků bylo také příliš. Nakonec všichni model zdárně zvládli, ale hodina by byla účinnější v polovičním počtu. Díky těmto podmínkám byl často nutný individuální přístup k žákům a jejich modelům, což výuku značně brzdilo. Výsledkem čehož byla i výsledná doba výuky. Místo předpokládaných 25 minut se protáhla výuka na 47 minut.

Problém byl také se zručností studentů. Mnohdy měli problémy s ruční prací. Jemná motorika byla problém. Zajímavé však bylo, že matematika nečinila studentům žádné obtíže. Učivo jim připadalo jednoduché. Nebylo to dáno špatnou volbou učiva. Látka, kterou jsem v experimentu opakoval, byla pro jejich ročník a nebyla v žádném případě primitivní. Studenti hodinu zhodnotili jako příjemné zopakování již probrané látky.

Studenti neměli ani příliš negativní ani příliš pozitivní přístup k výuce. Brali ji jako naprosto rovnocennou klasické výuce. Hodinu si podle ústní zpětné vazby užili. Přišlo jim zajímavé propojení reality a abstrakce čísel.

Nejpozitivnější část výuky byla, když studenti sami vypočítali hranu čtverce. Vyjádřili ji v závislosti na délce hrany papíru 19cm. Vyjádřili ji jako

$$a = \frac{19\sqrt{2}}{4}$$

Sami pak žasli, když si uvědomili, že toto zdánlivě nepředstavitelné číslo drží v ruce. Přesně. Tam byl zřejmý moment porozumění. Studenti si vytvořili pevnou linku mezi realitou a čísly.

Proto si myslím, že tato hodina nebyla pouze účinné opakování, ale i prohloubení znalosti. Foto z výukové hodiny naleznete na obrázku 9a a 9b.

(a)

(b)

Obrázek 9: Experimentální hodina v sekundě GYMJI - Autor: Radek Šmíd

7 Závěr

Závěrem bych se rád vrátil zpět ke svojí hypotéze (kapitola 2.1). Zeptejme se tedy. Má origami jako učební pomůcka své místo v našem vzdělávacím systému?

A odpověď? Ano. Teď, více než kdy jindy, jsem přesvědčen, že ano. Doufám, že po přečtení této práce se mnou názor sdílíte. Origami zde své místo má. Je to účinný nástroj výuky geometrie. Je to zajímavé ozvláštnění výuky.

Zajímavější otázka se ale vynořuje. Jaká forma této výuky má v našem vzdělávacím systému smyl? S touto otázkou jsme se již setkali, když jsem vybíral, které výzkumy zde uvedu. Myslím si, že výuka podle vzoru Origametrie zde smysl nemá. Geometrie je zde vyučována dobře a efektivně. Nechtěl bych měnit systém.

Přesto si ale myslím, že origami má svůj smysl na školách. A to jako opakovací hodiny. Hodiny, které prohloubí studentům jejich znalosti. Hodiny, které jim přinesou nový úhel pohledu na učivo. Hodiny, které ukážou studentům, že matematika není pouze v teorii. To samo o sobě má smysl.

Existuje ale ještě jeden důvod. Důvod, který jsem v celé práci výše sotva uvedl. Nepřikládal jsem mu totiž velkou váhu. To vše do praktické části.

Motorika. Origami neuvěřitelně rozvíjí jemnou motoriku. Manuální práci. Jemnou, komplikovanou a krásnou. To je jedna z věcí, které v sobě každý z nás má. Manuální zručnost je pro život klíčová zkušenost. Pokud se ale rozhodneme pro obor, kde manuální práce není klíčová, nesetkáme se s ní. Náš vzdělávací systém ji nechává zakrnět po dokončení pracovních činností na základní škole. Origami je pro toto přímo dokonalý systém. Nejenom, že žákům pomůže v lepším porozumění výuky, ale také jim pomáhá rozvíjet klíčovou vlastnost pro život.

Proto má origami jako učební pomůcka smysl v českém vzdělávacím systému.

8 Seznam použitých informačních zdrojů

1. Yau, Lai-chu, Irene. The impact of origami workshops on students' learning of geometry, 2005, The university of Hong Kong, 28.4.2015 Dostupné z URL: `http://hub.hku.hk/handle/10722/41214`

2. *Between the folds* [Between the folds] [dokumentární film]. Režie Vanessa GOULD. USA, PBS, 2008.

3. GOLAN, Miri, JACKSON, Paul. Origametria: A Program to Teach Geometry and to Develop Learning Skills Using the Art of Origami. 28.4.2015 Dostupný z URL: `http://www.origami.co.il/imgs/site/ntext/996_Golan.pdf`

4. POPE, Sue. St. Martin's College, Lancaster. THE USE OF ORIGAMI IN THE TEACHING OF GEOMETRY. 28.3.2015 Dostupný z URL:`http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip22-3/BSRLM-IP-22-3-12.pdf`

5. GREORGSON, Joseph. Fold in Origami and unfold Math, Mathematics Teaching in Middle School. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 2011, (354-361) `www.nctm.orgn`

6. NORMA, Boakes. (2009). Origami instruction in the middle school mathematics classroom: Its impact on spatial visualization and geometry knowledge of students. Research in Middle Level Education Online, (1-12) 17.9.2009 Dostupné z URL:`http://nmsa.org/Publications/RMLEOnline/Articles/Vol32No7/tabid/1887/Default.aspx`

7. ARICI, Sevil, ASLAN-TUTAK, Fatma. Boğaziçi University, Turkey. USING ORIGAMI TO ENHANCE GEOMETRIC REASONING AND ACHIEVEMENT (1-9)

8. HARRISON, Ian. Folding angles of 30 and 60 degrees. 28.4.2015 Dostupný z URL:`http://www.britishorigami.info/academic/3060.php`

9. NORMA, Boakes. Richard Stockton College of New Jersey, Pomona, New Jersey, United States. Origami-Mathematics Lessons: Researching its Impact and Influence on Mathematical Knowledge and Spatial Ability of Students (2006)

9 Seznam příloh na přiloženém CD

1. udoli.jpg
2. hora.jpg
3. 01.jpg
4. 02.jpg
5. 03.jpg
6. 04.jpg
7. 05.jpg
8. 06.jpg
9. 07.jpg
10. 08.jpg
11. 09.jpg
12. 10.jpg
13. hodina01.jpg
14. hodina02.jpg
15. zabadiagram.png
16. zaba-navod.mp4